== 1.7 PREGUNTAS (página 37) ==

1) CAPITULO 1: PREGUNTAS

1- ¿Cómo intervienen los criterios prácticos y los errores de medición y cómputo en la clasificación fenomenológica de las señales reales?

Las señales se dividen en determinísticas y aleatorias desde el punto de vista fenomenológico. Para que una señal sea determinística, se deben poder predecir EXACTAMENTE sus valores de antemano. Sin embargo, cuando realizamos procesamiento digital, siempre está el factor de error de la medición, de redondeo o truncamiento, lo que ocasiona que, en la mayoría de los casos, los valores con los que trabajemos sean una aproximación de los reales. Así, nunca se cuenta con determinismo perfecto, si no que se cuenta con aproximaciones lo más fieles posibles. Es aquí que hay que poner una tolerancia en los errores y mediciones, para decidir sobre qué se considera determinista o no.

2- Clasifique las siguientes señales según todos los criterios que conoce:

Clasificación dimensional:

Si la señal depende de M variables, entonces se dirá que se tiene una señal M-dimensional. por ejemplo, en una imagen en blanco y negro, en cada punto se tiene un valor de intensidad o brillo, I(x,y), constituyendo por tanto una señal bi-dimensional.

Clasificación energética:

Energía finita / energía infinita

Clasificación espectral:

Alta frecuencia / Baja frecuencia / Banda angosta / Banda ancha

Clasificación fenomenológica:

Determinística / [Periódicas (Sinusoidales/Armónicas/Pseudoaleatorias) / Aperiódicas (Cuasi-periódicas / Transitorias)]

Aleatorias / Estacionarias [Ergódicas/No ergódicas] o No estacionarias [Especiales]

Clasificación morfológica:

Continua/Discreta/Analógica/Digital

a) La velocidad del viento en Mabuji-Maye (Zaire):

Unidimensional (si sólo medimos viento en un punto) | Energía finita (suponiendo que medimos la señal durante un lapso de tiempo determinado) es de energía finita) | Baja frecuencia (no oscila mucho) | Aleatoria (Existe incerteza) / Estacionaria [No ergódica] (???) | Analógica.

b) y(t) = sin(2\*pi\*100\*t) con t,y perteneciendo a los reales.

Unidimensional (sólo una variable independiente: tiempo) | Energía infinita (periódica, intervalo no definido) | Baja frecuencia (100 Hz<3 MHz) | Determinística (la generamos nosotros) [Periódica (Sinusoidal)] | Analógica (porque la independiente es continua, y la dependiente se genera a partir de esta)

c) La intensidad de luz del pixel (38,178) cuando se proyecta la película "El nombre de la Rosa".

Unidimensional (es la intensidad en función del tiempo) | Energía finita (empieza y termina.) | Baja frecuencia (<3 MHz, 100 Hz para ser exactos) | Determinística (si ya la hemos visto y registrado antes) [Aperiódica (Transitoria)] --- Aleatoria (si es la primera vez que la registramos) [No estacionaria] | Analógica (tanto la intensidad como el tiempo es continuo)

d) La corriente que circula por el cable del teclado de su computadora

Unidimensional (la corriente depende de del tiempo) | Energía finita | Baja frecuencia (100 Hz para abajo) | Determinística (periódica y sinusoidal, si no hay ruido de ningún tipo) --- Aleatoria (Estacionaria [Ergódica]) | Analógica.

e) El delta de Dirac

Unidimensional | Energía infinita (pega un impulso infinito en x=0) | Baja frecuencia (???) | Determinística [Aperiódica (Transitoria)] | Continuo.

f) La variación anual de habitantes de origen asiático en Buenos Aires.

Unidimensional (habitantes en función del tiempo) | Energía finita | (Depende de la frecuencia de muestreo) (???) | Aleatoria [No estacionaria] | Digital

g) La altura de las aguas en la costa del río Genil (España)

Unidimensional (altura en función de loquesea) | Energía finita | Baja frecuencia | Aleatoria [Estacionaria (puede llegar a ver una cierta estacionariedad en las mediciones, y puede que también sea ergódica)] | Digital

h) El consumo de combustible por minuto que requiere un F1 durante el Gran Premio de Mónaco.

Unidimensional (consumo en función tiempo) | Energía finita | Baja frecuencia | Aleatoria [Estacionaria, no ergódica] (depende del consumo del motor, y el motor depende de como anda el auto)] (???) | Discreta (el tiempo se mide por minutos)

i) La suma de todas las emisiones con contenido futbolísitico en Radio Mitre.

Unidimensional | Energía finita | Alta frecuencia (la frecuencia de la radio es alta) | Aleatoria (No estacionaria) | Analógica

j) Las ganancias mensuales y la cantidad de fallas en los productos de Microsoft en los últimos 10 años.

Unidimensional (tanto la ganancia mensual como la cantidad de fallos depende del momento que estamos viendo) | Energía finita | (???) | Determinística (tenemos los registros y podemos trazar una fórmula que dibuje la señal) [Aperiódica] | Digital

3- Realice una lista de las señales que pueden medirse en el cuerpo humano y clasifíquelas según los criterios morfológico, fenomenológico y dimensional:

Los siguientes son algunos ejemplos de señales que se pueden encontrar en el cuerpo humano.

Presión arterial: Analógico | Aleatorio (Estacionario [ergódico, pero pueden existir patologías que cambien esta propiedad]) | Unidimensional.

Ritmo de contracción de pulmones: Analógico | Aleatorio [ergódico] | Unidimensional

Tono de la voz: Analógico | Aleatorio [ergódico] | Unidimensional

Cantidad de glóbulos blancos: Digital | Aleatoria [ergódico] | Unidimensional

Pulso de latidos del corazón: Digital | Aleatoria [ergódica] | Unidimensional

4- ¿Por qué razón se necesitan muchas realizaciones de una señal aleatoria para poder comprobar experimentalmente su estacionariedad?

Porque necesitamos trabajar con parámetros estadísticos tales como la media y el desvío que podrán ser estimados de mejor manera cuando más realizaciones hayamos realizado.

La estacionariedad, a medida que las muestras tienden a infinito, se transforma en una variable estadística con distribución normal. Del estudio de la Probabilidad y Estadística, sale el supuesto que para hacer evaluaciones más fieles a la situación real, se necesita una gran cantidad de muestras. Por lo tanto, si obtenemos una gran cantidad de muestras de una señal, podemos utilizarlas para ver si la señal es estacionaria o no (de lo contrario, si son pocas, podríamos tener un juicio equivocado, al sólo ver una parte muy pequeña del fenómeno).

5- Describa el proceso de verificación de la ergodicidad de una señal aleatoria asumiendo que el promedio y la desviación estándar son medidas suficientes para su caracterización estadística.

A partir de varias señales muestreadas, tendremos varios vectores que representen cada una de las muestras tomadas de ellas. Con todos ellos formamos una matriz, cuya columnas sean los distintos valores a lo largo del tiempo. Entonces, sacamos el promedio de cada columna y su desvío estándar. Luego procedemos a hacer lo mismo en cada fila.

Si estos coinciden bajo cierta tolerancia calculada de forma estadística (por ejemplo, media +- 2 \* desvío estándar), es porque estamos en presencia de una señal ergódica.

6- Enuncie las hipótesis que se han hecho sobre la señal en el punto anterior y generalice la prueba de ergodicidad mediante el uso de medidas aptas para el caso más general.

En el ejercicio anterior se hizo la suposición que tanto las muestras dentro de una medición, como las diferentes muestreos de los fenómenos, a medida que la cantidad de experimentos aumentan, la probabilidad de desvío de los valores reales forman una distribución normal estándar. En el caso más general, esto no es así y se requieren pruebas estadísticas más fuertes, como el test de hipótesis.

7- ¿Qué beneficio práctico brinda poder asumir que una determinada señal es ergódica?

Un proceso ergódico es más fácil de procesar, debido a que sólo necesitamos una muestra para poder trabajar. Por ejemplo, en la medicina, no es necesario hacer múltiples pruebas de un paciente para saber si su ritmo cardíaco es el correcto, ya que este es ergódico.

El caso de señales ergódicas es el caso más cercano a las señales deterministas, y es lo mejor que podemos obtener para trabajar en señales aleatorias.

8- ¿Por qué decimos que el random de una computadora es pseudo aleatoria? ¿Puede una computadora digital generar una señal realmente aleatoria?

El random de una computadora genera secuencias de números aleatorios pero que se repiten cada un cierto período. Se consideran aleatorias porque este período es muy largo y en la práctica, es muy difícil que evidenciemos la repetición de la secuencia. Sin embargo, la secuencia puede ser conocida, lo que la convierte en una señal determinística y no aleatoria.

Una computadora digital no puede generar una secuencia aleatoria ya que todo con lo que trabaja es determinista, y la única forma de generar algo aleatorio es a partir de un fenómeno aleatorio.

Aún así, existen algunas máquinas que generar números aleatorios reales, a partir de transformar el ruido externo (como ruido ambiental, o electromagnético) en valores.

9- Analice el proceso de discretización en tiempo de un período de la señal x(t) = cos(2\*pi\*10\*t). Incremente el período de muestreo hasta no poder recostruir la señal contínua a partir de la señal de tiempo discreto.

Para discretizar una señal continua en el tiempo se toma un intervalo de tiempo y se evalua la señal en puntos discretos del mismo. Dependiendo del tamaño del paso con el que evaluemos la señal obtendremos mayor o menor precisión en la discretizacion.

En este ejercicio, dado que la frecuencia es 10 Hz, el período es 0.1 segundos.

Si muestreamos la señal en [0,1] con un paso de 0.001, la señal se reconstruye con muy buena precisión.

Al descender una escala, a 0.01, empezamos a notar un error en la representación (ya que estamos muestrando sólo 10 veces en un período).

Al acercarnos a 0.1 con el paso, la señal se empieza a perder totalmente.

10- Si posee una señal con la forma x(t) = sin(2\*pi\*100\*t) + r(t), donde r(t) es una señal aleatoria con distribución uniforme en [-0.1;0.1], ¿cómo procederia para calcular la relación señal ruido?

SNR = Potencia de la señal / Potencia del ruido

SNR\_10 = 10 log\_10 (SNR) [db]

Potencia de la señal = límite T-infinito de { 1/2T \* integral entre -T y T de |x(t)|^2 dt }

Potencia del ruido =

Debido a que el ruido sigue una distribución uniforme, cualquier valor que dé esta señal es igualmente probable.

2.5 PREGUNTAS

1) Podemos considerar a las señales de N muestras de en un espacio R^N de la siguiente forma

Tomamos el primer valor y consideramos que es la coordenada en el eje 1. Tomamos el segundo valor y consideramos que la coordenada en el eje 2.

Repetimos el procedimiento hasta N. Así, tenemos N coordenadas que definen un punto en el espacio R^N.

2) Las señales contínuas tienen infinitos puntos, por lo tanto, para una señal x(t), se tienen infinitos valores donde cada uno define una coordenada en cada uno de los ejes. Como hay infinitos valores, hay infinitos ejes y define entonces un punto en el espacio R^+inf.

3) Al ver las señales como puntos en R^N, podemos aprovecharnos de todas las propiedades algebraicas que tiene este espacio N-dimensional.

4) Las normas sirven para dar una idea del tamaño de una señal. Existen distintos tipos de normas ya que cada una aborda un aspecto distinto del 'tamaño'.

5) Una norma-p con p=0 (norma-0) se define como la cantidad de valores de X que son distintos de cero (o de un valor especificado). Así, esta norma mide la dispersión de la señal en torno al 0.

6) La norma-inf se interpreta como el mayor valor absoluto de todos los valores de X. Gráficamente, para R^2, se interpreta como un cuadrado. En espacios n-dimensionales, se representa por un cuadrado n-dimensional (cubo en 3 dimensiones, hipercubo en n-dimensiones). Representa la amplitud de la señal.

7) La norma-p toma distintos nombres según el valor de p y cómo se aplique al estudiar las propiedades de una señal;

\* Acción: p = 1

\* Energía: p = 2, (norma-2)^2

\* Potencia Media: P(x) = 1/N \* sum{n=1,N} (|x\_n|^2), (1/N)\*(norma-2)^2

\* Potencia Media Total: P(x) = lim {n->+inf} 1/(2N) \* sum{n=-N,N} (|x\_n|^2), lim (1/2N)\*(norma-2)^2

\* Valor Cuadrático Medio: sqrt(P(x))

\* Amplitud: p = +inf.

8) Una norma-2 se define como el cuadrado del producto interno de una señal consigo misma: |x|\_2 = sqrt(x\_i^2) = sqrt(sum(x\_i x\_i)) = sqrt(<x,x>)

=> (|x|\_2)^2 = <x,x>.

En el caso contínuo, el producto interno se define como una integral sobre infinito. El dt de esta integral contínua, equivale a 1 en el caso discreto, ya que es la diferencia entre una muestra y la siguiente.

9) Se necesita usar el conjugado en el producto interno cuando los vectores que intervienen son complejos. Pero sólo se debe conjugar uno de ellos.

10) El producto interno mide el parecido entre dos señales porque, en el caso de medir el parecido de x con y, el producto interno cuánto tiene x de y. Si y es unitaria, el producto interno nos permite ver directamente esto. En R^2, el producto interno nos da la proyección de x sobre y. En más dimensiones, nos da la cantidad de componente que tiene x de y.

11) El producto interno es una proyección.

12) Un conjunto es un grupo de señales que cumplen una propiedad común. Un espacio, además de cumplir una propiedad común, tiene asociado el concepto de distancia entre dos señales.

13) Si, ya que las distancias se miden distinto entre ellas.

14) Al definir un espacio vectorial con señales (una vez que nos aseguramos que una señal pertenece a un espacio vectorial), nos aprovechamos de muchas propiedades de los espacios vectoriales que ya están demostradas y comprobadas, por lo que las aceptamos sin más.

15) Tomamos dos señales generales, aplicamos las propiedades y vemos si el resultado también pertenece al espacio de señales.

16) Cuando queremos expresar un vector x en una base (como una combinación lineal de los elementos de la base y ciertos coeficientes), si la base es ortonormal, los coeficientes se obtienen con un simpre producto interno entre el x y los elementos de la base.

17) La condición de que un conjunto sea una base de un espacio es que genere al espacio y sea linealmente independiente. Por lo tanto, un conjunto dependiente NO es una base. Si un conjunto de señales no es ortogonal, aún puede ser una base.

18) [ver libro, pág. 60]

19) Una transformación lineal mapea un vector de un espacio a un vector de otro espacio. Por otra parte, una base define un espacio (una base genera un espacio y es LI). Si hacemos un cambio de base, estamos cambiando de base un vector, lo que en definitiva es aplicarle una transformación de espacio, que es una transformación lineal.

20) Un cambio de base desde la base canónica es una rotación si la nueva base es ortogonal

21) Si una base es ortonormal, cuando hacemos el cambio de base, estamos proyectando en otra base. Se mantiene la misma información y por lo tanto se mantiene la energía...

3. PREGUNTAS

1) La Transformada de Fourier tiene las mismas unidades que la señal

2) La TF nos ayuda a interpretar la señal desde una nueva perspectiva (frecuencias). Dependiendo de la aplicación, nos podrá ayudar o no.

3) Si utilizamos una base que no es ortogonal, perderemos la unicidad de la transformación inversa, por lo que no podremos recostruir la señal luego. Nos puede servir si queremos redundancia de la TF y no estamos interesados en la transformación inversa.

4) Si, existe y tiene una sola frecuencia distinta de 0, ya que es ortogonal con todo el resto.

5) Porque las funciones sinusoidales son funciones impares, por lo que si hacemos una combinación lineal de ellas, sólo podremos representar señales impares y nunca representaremos señales pares.

6) Al hacer un desplazamiento de la frecuencia, lo que estamos haciendo es multiplicar en el tiempo por una exponencial, que equivale a modularla.

7) El inconveniente es en el tipo de muestreo. Si no es hecho correctamente, la señal puede perder muchísima información.

8) El aliasing se produce cuando se muestrea mal la señal. Vemos su efecto por la generación de frecuencias inexistentes en su transformada. Además, al antitransformar, recobraremos una señal que poco tiene que ver con la original, pues está mal muestreada y no se puede reconstruir. En una imagen, el aliasing se ve por la generación de colores que en realidad no están ahí y son fruto de un mal muestreo.

9) Para disminuir los efectos de aliasing, debemos muestrear a una alta frecuencia. La primer frecuencia de muestreo que nos garantiza que no tendremos aliasing es la del doble de la frecuencia de la señal.

10) Cuando muestreamos una señal, la suponemos periódica más allá de la muestra. Es por esto que, en frecuencia, su espectro equivale a una señal periódica aunque ésta no la sea.

11) La transformada de la función sinc es una ventana cuadrada (filtro ideal). Así, si

12) La diferencia es que la TFTD es que se aplica a señales muestreadas en el tiempo, no periódicas y de duración finita, y el dominio es discreto pero la imagen continua. En cambio, la TDF se aplica a señales discretas periódicas de duración ifnita o a extensiones periódicas de señales de duración finita, y tanto el dominio como la imagen son discretos.

13) Cuando usamos una ventana rectangular para limitar la duración de la señal, la transformada de esta ventana es la función sinc, y además sabemos que una multiplicación en el tiempo se corresponde con una convolución de las transformadas, luego al hacer esta convolución con una función sinc, se obtiene un rizado o ripple en la señal resultante. Este efecto puede minimizarse utilizando otro tipo de ventanas con lóbulos laterales más pequeños.

14) La ventaja es que la velocidad de cálculo para hacer una multiplicación matriz x vector es mayor, además de la idea de la TRF. Que una transformación sea unitaria significa que ésta representa un cambio de base, en el cual puedo ir de una base a otra y viceversa, justamente por esta unicidad. Para lograr esto (es decir, que un conjunto de vectores constituyan una base), debe ser LI y conjunto generador.

15) La diferencia es que la TRF aprovecha ciertas igualdades que se dan en los cálculos intermedios para encontrar la transformada y con estas igualdades busca disminuir la cantidad de cálculos.

16)

17) La resolución frecuencial es el mínimo valor entre dos valores de frecuencias para los que podemos conocer con exactitud la magnitud del espectro de la señal. Podemos aumentarla disminuyendo la frecuencia de muestreo para una cantidad de muestras constante, o aumentando el número de puntos para una frecuencia de muestreo fija. Sin embargo, estas dos opciones implican remuestrear la señal y esto no e ssiempre posible.

Otra opción entonces es aumentar la duración de la señal agregando ceros al final.

18) Se agregan ceros (cantidad de muestras para una frecuencia de muestreo fija) para aumentar la resolución frecuencial.

19) La TRF calcula las frecuencias positivas y luego utiliza la propiedad de la simetría conjugada (X[-K]=X[K]) para calcular las frecuencias negativas.

20) La correlación cruzada lo que hace es medir la similitud entre dos señales, tanto en morfología como en ubicación temporal.

21) Para el cálculo de la convolución, calculamos la TRF de las dos señales, las multiplicamos entre sí y luego calculamos la TRF inversa.

Para el cálculo de la correlación, como hace x(t)\*h(t+T) en lugar de h(t-T), lo que hacemos es “voltear” el vector (en Matlab con la función flip), y luego operamos igual que en el cálculo de la convolución.

22)

23) Es un ruido aleatorio que posee la misma densidad espectral de potencia a lo largo de toda la banda de frecuencias. Esto significa que la señal contiene todas las frecuencias y todas ellas muestran la misma potencia.

24)

CAPITULO 4 - Sistemas

1.Que formas pueden tomar las reglas de comportamiento de un sistema? Ejemplifique.

Las reglas del sistema nos definen uno tal que podemos caracterizarlo según las distintas propiedades. Particularmente, los sistemas lineales e invariantes en el tiempo poseen las reglas básicas de suma (y resta), multiplicación por un escalar y retraso unitario.

2. Que relación conceptual existe entre las ecuaciones diferenciales y las ecuaciones en diferencias?

Las ecuaciones diferenciales se utilizan para representar sistemas en tiempo continuo, mientras que las ecuaciones en diferencias representan sistemas en tiempo discreto.

3. Todos los sistemas MA son FIR? Justifique.

Si

4. Todos los sistemas AR son IIR? Justifique.

Si

5. Todos los sistemas ARMA son IIR? Justifique.

Uno puede elegir los coeficientes de tal manera que se terminen anulando o compensando uno con otros, y ahí pueden llegar a ser FIR. Sería un caso particular. En general son IIR.